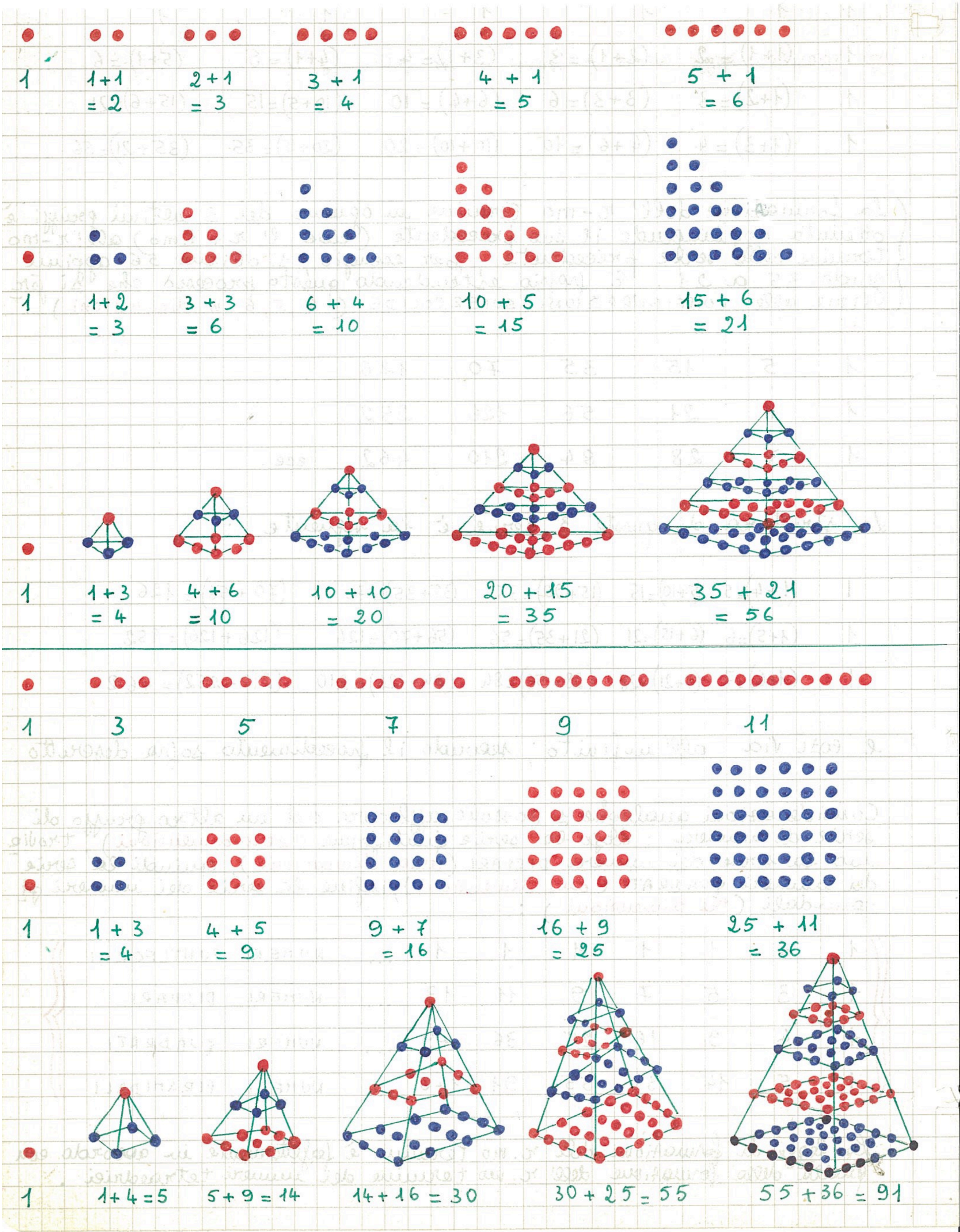
Appendice online
PROGETTI E MODELLI

CAPITOLO 1

FORMAZIONE DI INSIEMI NELLA NATURA

CONFIGURAZIONI



CALENDARI DA TUTTO IL MONDO: MODELLI CICLICI

Mese Lunare --------------- Anno Lunare
(sinodico) (29.53 x 12)
29.53 gg 354.36 gg

Mese Solare -------------- Anno Solare
(stagionale) (30.43 x 12)
30.43 gg 365.24 gg

Sviluppo dell'agricoltura e misura del tempo

CALENDARI SOLARI

mesi estesi o adattati a un periodo che corrisponde più o meno strettamente a un ciclo stagionale di 365.24 giorni

Calendario Egiziano

3 Stagioni – 12 Mesi di 30 gg ciascuno

(30 x 12) = 360 giorni

+ 5 gg intercalari all'inizio dell'anno

Calendario Azteco

18 Mesi di 20 gg ciascuno

(20 x 18) = 360 giorni

+ 5 gg infausti dal 7 all'11 febbraio

Calendario Giuliano

12 Mesi di 30 o 31 gg ciascuno – 28 gg a febbraio

Ciclo Solare di 4 Anni

3 anni di 365 gg + 1 anno di 366

CALENDARI LUNISOLARI

il calendario lunare può essere integrato di tempo in tempo aggiungendo un 13° mese per uniformarlo all'anno solare

Calendario Egiziano

Ciclo di 25 Anni con intercalazione di un 13° Mese in 9 Anni su 25

25 x 365 = 9125 giorni

16 x (12x29.53) + 9 x (13x29.53)

Calendario Cinese-Mesopotamico

Ciclo di 19 Anni con intercalazione di un 13° Mese in 7 Anni su 19

19 x 365.24 = 6939.5 giorni

12 x (12x29.53) + 7 x (13x29.53)

Calendario Greco

Ciclo di 8 Anni con intercalazione di un 13° Mese in 3 Anni su 8

8 x 365 = 2920 giorni

5 x (12x29.53) + 3 x (13x29.53)

CAPITOLO 1

UNO GNOMONE PRIMORDIALE

CAPITOLO 1

IL CALENDARIO PERPETUO

+	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	3	4	5	6	0	1
3	3	4	5	6	0	1	2
4	4	5	6	0	1	2	3
5	5	6	0	1	2	3	4
6	6	0	1	2	3	4	5

X	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

Ci piace concludere questo scenario con la rappresentazione del *calendario perpetuo*, grazie al quale è possibile determinare il giorno della settimana in cui si è nati, seguendo le istruzioni che vengono fornite sotto la sua stesura.

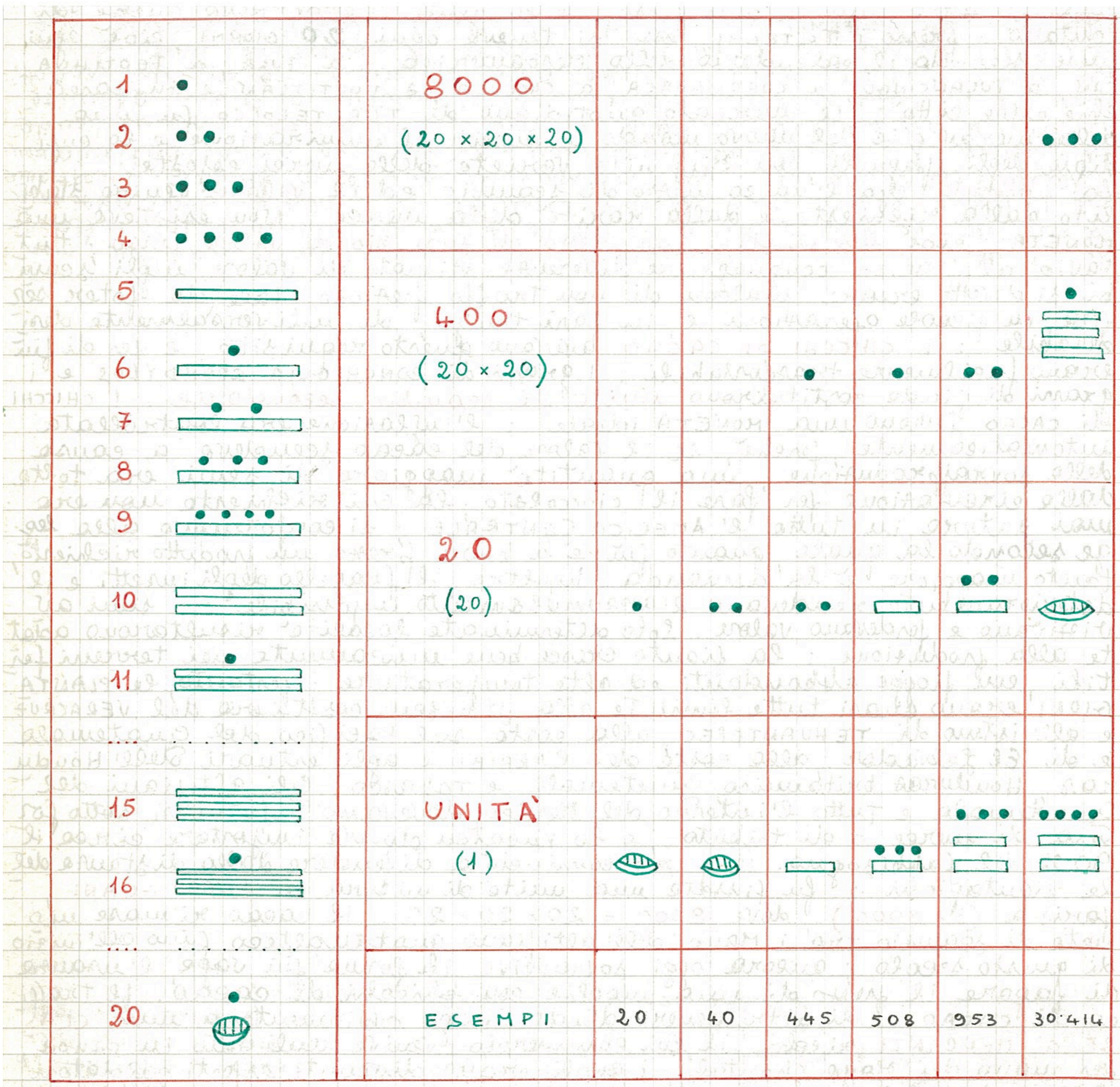
SECOLO (calendario giuliano) dall'anno 0 al 4 ottobre 1582							SECOLO (calendario gregoriano) dal 15 ottobre 1582 al 31 dicembre 2399					ANNO (ultime due cifre dell'anno desiderato)			
0 700 1400	100 800 1500	200 900	300 1000	400 1100	500 1200	600 1300	1500	1600 2000	1700 2100	1800 2200	1900 2300				
DC	ED	FE	GF	AG	BA	CB	—	BA	C	E	G	0			
B	C	D	E	F	G	A	F	G	B	D	F	1	29	57	85
A	B	C	D	E	F	G	E	F	A	C	E	2	30	58	86
G	A	B	C	D	E	F	D	E	G	B	D	3	31	59	87
FE	GF	AG	BA	CB	DC	ED	CB	DC	FE	AG	CB	4	32	60	88
D	E	F	G	A	B	C	A	B	D	F	A	5	33	61	89
C	D	E	F	G	A	B	G	A	C	E	G	6	34	62	90
B	C	D	E	F	G	A	F	G	B	D	F	7	35	63	91
AG	BA	CB	DC	ED	FE	GF	ED	FE	AG	CB	ED	8	36	64	92
F	G	A	B	C	D	E	C	D	F	A	C	9	37	65	93
E	F	G	A	B	C	D	B	C	E	G	B	10	38	66	94
D	E	F	G	A	B	C	A	B	D	F	A	11	39	67	95
CB	DC	ED	FE	GF	AG	BA	GF	AG	CB	ED	GF	12	40	68	96
A	B	C	D	E	F	G	E	F	A	C	E	13	41	69	97
G	A	B	C	D	E	F	D	E	G	B	D	14	42	70	98
F	G	A	B	C	D	E	C	D	F	A	C	15	43	71	99
ED	FE	GF	AG	BA	CB	DC	—	CB	ED	GF	BA	16	44	72	
C	D	E	F	G	A	B	—	A	C	E	G	17	45	73	
B	C	D	E	F	G	A	—	G	B	D	F	18	46	74	
A	B	C	D	E	F	G	—	F	A	C	E	19	47	75	
GF	AG	BA	CB	DC	ED	FE	—	ED	GF	BA	DC	20	48	76	
E	F	G	A	B	C	D	—	C	E	G	B	21	49	77	
D	E	F	G	A	B	C	—	B	D	F	A	22	50	78	
C	D	E	F	G	A	B	—	A	C	E	G	23	51	79	
BA	CB	DC	ED	FE	GF	AG	—	GF	BA	DC	FE	24	52	80	
G	A	B	C	D	E	F	—	E	G	B	D	25	53	81	
F	G	A	B	C	D	E	C	D	F	A	C	26	54	82	
E	F	G	A	B	C	D	B	C	E	G	B	27	55	83	
DC	ED	FE	GF	AG	BA	CB	AG	BA	DC	FE	AG	28	56	84	

MESI							
Gennaio, Ottobre	A	B	C	D	E	F	G
Febbr., Marzo, Nov.	D	E	F	G	A	B	C
Aprile, Luglio	G	A	B	C	D	E	F
Maggio	B	C	D	E	F	G	A
Giugno	E	F	G	A	B	C	D
Agosto	C	D	E	F	G	A	B
Settembre, Dicembre	F	G	A	B	C	D	E

GIORNI											
1	8	15	22	29	Domenica	Sabato	Venerdì	Giovedì	Mercoledì	Martedì	Lunedì
2	9	16	23	30	Lunedì	Domenica	Sabato	Venerdì	Giovedì	Mercoledì	Martedì
3	10	17	24	31	Martedì	Lunedì	Domenica	Sabato	Venerdì	Giovedì	Mercoledì
4	11	18	25		Mercoledì	Martedì	Lunedì	Domenica	Sabato	Venerdì	Giovedì
5	12	19	26		Giovedì	Mercoledì	Martedì	Lunedì	Domenica	Sabato	Venerdì
6	13	20	27		Venerdì	Giovedì	Mercoledì	Martedì	Lunedì	Domenica	Sabato
7	14	21	28		Sabato	Venerdì	Giovedì	Mercoledì	Martedì	Lunedì	Domenica

Questo « calendario perpetuo » permette di stabilire il giorno della settimana corrispondente a qualsiasi data dall'inizio dell'era cristiana al 31-12-2399. Stabilita la data, bisogna innanzitutto trovare, nella colonna del secolo che interessa, la lettera situata in linea orizzontale con le due ultime cifre dell'anno. Si cerca poi nella tabella dei mesi in quale colonna tale lettera appare in linea orizzontale con il mese desiderato. Infine, nella colonna verticale corrispondente della tabella dei giorni, si individua il giorno della settimana che appare in linea orizzontale con la data desiderata. Per gli anni bisestili le lettere corrispondenti all'anno sono due, la prima da usare per gennaio e febbraio e la seconda per gli altri mesi.

LA NOTAZIONE NUMERICA VIGESIMALE DELLE POPOLAZIONI MESO-AMERICANE



I BLOCCHI ARITMETICI MULTIBASE

CAPITOLO 2

LA TECNICA DELLE 4 OPERAZIONI CON IL MATERIALE MULTIBASE

1. TECNICA DELL'ADDIZIONE – Si procede da destra verso sinistra, cambiando, secondo la base i pezzi più piccoli in pezzi più grandi.

B	**P**	**L**	**U**				6	9	11	15			6	9	11	15
5	3	7	6	+			6	9	18	1			6	9	16	0
1	6	4	9				6	18	0	1			6	14	1	0
6	9	11	15		→	**B_2**	15	0	0	1	→	**B_3**	10	2	1	0 → **B_n ....**

Spieghiamo quanto illustrato qui sopra: una volta ottenuto il risultato a sinistra in B_{10} = 6 9 11 15, lo si riporta in alto sia per la B_2 che per la B_3 e così via.

In BASE 2 : le 15 Unità vengono cambiate con 7 Lunghi, i quali, aggiunti agli 11 iniziali, fanno un totale di 18 Lunghi, con resto di 1 Unità. A questo punto, i 18 Lunghi vengono cambiati con 9 Piatti, i quali, aggiunti ai 9 iniziali, fanno un totale di 18 Piatti, con resto di 0 Lunghi. Infine, i 18 Piatti vengono cambiati con 9 Blocchi, i quali, aggiunti ai 6 iniziali, fanno un totale di 15 Blocchi, con resto di 0 Piatti. Risultato: 15 0 0 1.

In BASE 3 : le 15 Unità vengono cambiate con 5 Lunghi, i quali, aggiunti agli 11 iniziali, fanno un totale di 16 Lunghi, con resto di 0 Unità. A questo punto, i 16 Lunghi vengono cambiati con 5 Piatti, i quali, aggiunti ai 9 iniziali, fanno un totale di 14 Piatti, con resto di 1 Lungo. Infine, i 14 Piatti vengono cambiati con 4 Blocchi, i quali, aggiunti ai 6 iniziali, fanno un totale di 10 Blocchi, con resto di 2 Piatti. Risultato: 10 2 1 0.

2. TECNICA DELLA SOTTRAZIONE – Si procede da destra verso sinistra, come nelle sottrazioni normali, prendendo eventualmente in prestito i pezzi di ordine immediatamente superiore e tenendo conto della B_n

B	**P**	**L**	**U**													
3	1	2	5	-												
1	3	1	6													
					→	**B_2**	1	0	0	1	→	**B_3**	1	1	0	2 → **B_n ....**
1	8	0	9													

Spieghiamo quanto illustrato qui sopra: qui si parte dai dati del sottraendo (3 1 2 5) e da quelli del minuendo (1 3 1 6).

In BASE 2 : 5 Unità meno 6 Unità non si può fare e quindi si prende in prestito 1 Lungo (= 2 Unità) e si ha un totale di 7 Unità. Togliendo a queste 7 Unità le sottostanti 6 Unità si ottiene 1 Unità. Di Lunghi, dopo il prestito, ne è rimasto 1, meno 1 Lungo sottostante, fanno 0 Lunghi.1 Piatto meno 3 Piatti non si può fare e quindi si prende in prestito 1 Blocco (= 2 Piatti) e si ha un totale di 3 Piatti. Togliendo a questi 3 Piatti i 3 Piatti sottostanti, si ottengono 0 Piatti. Infine, i 2 Blocchi rimasti meno un Blocco sottostante fanno 1 Blocco. Risultato : 1 0 0 1.

In BASE 3 : 5 Unità meno 6 Unità non si può fare e quindi si prende in prestito 1 Lungo (= 3 Unità) e si ha un totale di 8 Unità. Togliendo a queste 8 Unità le sottostanti 6 Unità rimangono 2 Unità. Dopo il prestito è rimasto 1 Lungo, meno 1 Lungo sottostante, fanno 0 Lunghi. 1 Piatto meno 3 Piatti non si può fare e quindi si prende in prestito 1 Blocco (= 3 Piatti) e si ha un totale di 4 Piatti. Togliendo a questi 4 Piatti i 3 sottostanti rimane 1 Piatto. Infine, se si toglie ai 2 Blocchi rimasti 1 Blocco sottostante, rimane 1 solo Blocco. Risultato: 1 1 0 2.

3. TECNICA DELLA DIVISIONE – Si procede da sinistra verso destra, trasformando, secondo la base, i pezzi più grandi che restano indivisi nei pezzi più piccoli

B **P** **L** **U**

3 1 4 2 **:** 2 → **B**$_2$ 1 1 3 1 → **B**$_3$ 1 2 2 1 → **B**$_n$ ……….

----

1 5 7 1

Spieghiamo quanto illustrato qui sopra: anche qui, come per la sottrazione, si parte dai dati iniziali del dividendo (3 1 4 2) e del divisore (2).

In BASE 2 : dei 3 Blocchi iniziali se ne prendono 2, i quali, divisi per 2, fanno 1 Blocco. Ne rimane 1 (= 2 Piatti), i quali, aggiunti a 1 Piatto del dividendo, fanno 3 Piatti. Di questi 3 Piatti se ne prendono 2, i quali, divisi per 2, fanno 1 Piatto. Ne rimane 1 (= 2 Lunghi), i quali, aggiunti ai 4 del dividendo, fanno 6 Lunghi, i quali, a loro volta, divisi per 2, danno 3 Lunghi. Infine, 2 Unità divise per 2 fanno 1 Unità. Risultato: 1 1 3 1.

In BASE 3 : dei 3 Blocchi iniziali se ne prendono 2, i quali, divisi per 2, fanno 1 Blocco. Ne rimane 1 (= 3 Piatti), i quali, aggiunti a 1 Piatto del dividendo, fanno 4 Piatti, che, divisi per 2, danno 2 Piatti. 4 Lunghi del dividendo divisi per 2 danno 2 Lunghi. Infine, 2 Unità del dividendo divise per 2 danno 1 Unità. Risultato: 1 2 2 1.

4. TECNICA DELLA MOLTIPLICAZIONE – Si esegue prima la normale moltiplicazione, poi si trasformano i pezzi più piccoli in pezzi più grandi (i risultati parziali oltre il 9 si scrivono per intero senza riporto)

B **P** **L** **U**			2 8 11 0		2 8 9 1	
1 4 3 5 x			2 13 1 0		2 11 0 1	
2						
------------------------	→	**B**$_2$	8 1 1 0	→ **B**$_3$	5 2 0 1	→ **B**$_n$ ………
2 8 6 10						

Spieghiamo quanto illustrato qui sopra: una volta ottenuto il risultato della moltiplicazione in B$_{10}$ (2 8 6 10), lo si può trasformare nelle diverse basi.

In BASE 2 : 10 Unità fanno 5 Lunghi con resto di 0 Unità. I 5 Lunghi, aggiunti ai 6 Lunghi del risultato fanno un totale di 11 Lunghi. Con gli 11 Lunghi si fanno 5 Piatti, con resto di 1 Lungo. I 5 Piatti, aggiunti agli 8 Piatti del risultato, fanno 13 Piatti. Con questi 13 Piatti si hanno 6 Blocchi, con resto di 1 Piatto. I 6 Blocchi, aggiunti ai 2 Blocchi del risultato, fanno in tutto 8 Blocchi. Risultato: 8 1 1 0.

In BASE 3 : 10 Unità fanno 3 Lunghi, con resto di 1 Unità. I 3 Lunghi, aggiunti ai 6 Lunghi del risultato fanno un totale di 9 Lunghi. Con i 9 Lunghi si fanno 3 Piatti, con resto di 0 Lunghi. I 3 Piatti, aggiunti agli 8 Piatti del risultato, fanno 11 Piatti. Con questi 11 Piatti si fanno 3 Blocchi, con resto di 2 Piatti. I 3 Blocchi, aggiunti ai 2 Blocchi del risultato, fanno 5 Blocchi. Risultato: 5 2 0 1.

CAPITOLO 2

TECNICHE DI OPERAZIONE CON LE FRAZIONI COL METODO DIENES

Spesso, quando si tratta di spiegare agli alunni le tecniche delle 4 operazioni con le frazioni, tutto viene ridotto a delle istruzioni, che vengono applicate anche dentro lunghe ed estenuanti espressioni, ma senza capirne il significato e le ragioni per le quali occorre procedere così. Così, per la moltiplicazione tra due o più frazioni, l'istruzione prevede che si moltiplichino fra di loro tutti i numeratori e che si moltiplichino fra di loro tutti i denominatori; per la divisone tra due frazioni, l'istruzione prevede che si moltiplichi la prima frazione per l'inverso della seconda:

2/5 x 3/4 x 1/7 = 2x3x1 / 5x4x7 = 6/140 3/4 : 2/5 = 3/4 x 5/2 = 15/8 ***Ma perché si fa così?***

Supponiamo di dover effettuare la moltiplicazione (5/4 x 3/7). Per dare un significato a questa operazione è importante trovare uno stato di partenza che contenga dei quarti e dei settimi, che divida pertanto ambedue i denominatori, per esempio 28: in questo modo possiamo costruire delle sequenze equivalenti di passaggi che provano a dare un senso a quello che viene costruito.

MOLTIPLICARE FRAZIONI

	STATO	OPERATORE	STATO	OPERATORE	STATO	OPERATORE	STATO	OPERATORE	STATO
A	28	: 4	7	x 5	35	: 7	5	x 3	15
B	28	: 4	7	: 7	1	x 5	5	x 3	15
C	28		: (4 x 7)		1		x (5 x 3)		15
D	28		: 28		1		x 15		15
E	28				x 15/28				15

Dunque: 5/4 x 3/7 = 15/28 !

Gli alunni possono esercitarsi nell'inventare sequenze di questo tipo, assumendo come punto di riferimento una qualsiasi moltiplicazione tra 2 o più frazioni e trovando un denominatore comune.

Spesso capita di ascoltare qualcuno che ha bisogno di sapere, per determinare il proprio punteggio e collocare la sua posizione in una graduatoria, cosa vogliono dire, per esempio, *i 2/3 di 4/5*, come indicato nelle istruzioni di alcune circolari ministeriali. Anche in questo caso, è opportuno partire da uno stato di partenza che divida il secondo denominatore, determinando quindi i 4/5 di qualcosa e poi, sul risultato ottenuto, applicare i 2/3:

Esempio: 15 : 5 x 4 = 12 12 : 3 x 2 = 8 Quindi 2/3 di 4/5 = 2/3 x 4/5 = 8/15

Supponiamo ora di dover effettuare la divisione (5/12 : 2/9). Per dare un significato a questa operazione occorre partire dalla consapevolezza che, come la sottrazione è l'operazione inversa dell'addizione, così la divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione. Così, la domanda può diventare la seguente: *"Per che cosa dobbiamo moltiplicare* 2/9 *per ottenere* 5/12*?* oppure *qual è l'operatore frazionario che ci fa passare dallo stato* 2/9 *allo stato* 5/12 *?"*. Anche in questo caso si può prendere come stato-unità di partenza un numero che divide ambedue i denominatori, per esempio 36. Applichiamo a questo stato di partenza sia l'operatore 2/9 che l'operatore 5/12.

DIVIDERE FRAZIONI

36 : 9 x 2 = 8 36 : 12 x 5 = 15

A questo punto si tratta di trovare l'operatore frazionario che mi fa passare da 8 a 15 :

8 : 8 = 1 x 15 = 15 quindi l'operatore frazionario è 15/8

Infatti 2/9 x 15/8 = 30/72 semplificando 30 : 2 / 72 : 2 = 15/36 semplificando 15 : 3 / 36 : 3 = 5/12

15/8 è esattamente quello che si ottiene applicando la regola della divisione tra frazioni:

5/12 : 2/9 = 5/12 x 9/2 = 5x9 / 12x2 = 45/24 semplificando 45:3 / 24:3 = 15/8

Dunque: 5/12 : 2/9 = 15/8 !

Anche nel caso delle addizioni e delle sottrazioni tra frazioni agli alunni vengono somministrate alcune istruzioni, che devono essere acquisite come tecniche per applicarle poi nelle procedure di risoluzione di espressioni ed equazioni: basta trovare il *minimo comune multiplo* fra tutti i denominatori, dividerlo per tutti i denominatori stessi e moltiplicare i risultati per i numeratori, procedendo poi ad effettuare somme e differenze.

Esempio: $3/4 + 2/5 - 2/3 = \dfrac{(60:4x3) + (60:5x2) - (60:3x2)}{60} = \dfrac{45 + 24 - 40}{60} = \dfrac{29}{60}$

Ma perché si fa così ?

Per dare un significato a questo procedimento è necessario partire dal problema dell'uguaglianza o meno tra due o più frazioni e scoprire un modo per determinare qual è la maggiore e qual è la minore, ponendole se il caso in un ordine crescente o decrescente. È importante che gli alunni possano trovare degli stati-unità di partenza per i quali possano essere eseguite un certo numero di divisioni, mentre apparirà chiaro che le moltiplicazioni possono essere sempre eseguite. Immaginiamo di avere una classe di 21 alunni e vogliamo sapere se i 2/3 di questi alunni sono di più o di meno di 5/7 degli stessi alunni: i 2/3 di 21 (21:3x2) dà come risultato 14; i 5/7 di 21 (21:7x5) dà come risultato 15. Quindi 2/3 < 5/7 oppure 5/7 > 2/3. Con una rappresentazione:

CONFRONTO DI FRAZIONI

	XXXXXXX		OOOOOOO		
STATO 1	XXXXXXX	x 2/3	XXXXXXX	STATO 2/3	= 14/21
	XXXXXXX		XXXXXXX		
	XXXXXXX		XXXXXOO		
STATO 1	XXXXXXX	x 5/7	XXXXXOO	STATO 5/7	= 15/21
	XXXXXXX		XXXXXOO		

Questo tipo di procedura apre la via al processo noto come *ricerca del denominatore comune*: si tratta quindi di trovare dei modi equivalenti di esprimere gli operatori frazionari e confrontarli poi più facilmente fra di loro. Nell'esempio riportato qui sopra 14/21 < 15/21. Occorre che gli alunni facciano esercizi ripetuti di questo tipo per poter arrivare a fissare alcuni importanti concetti:

1. La possibilità di invertire le moltiplicazioni e le divisioni in una serie di operazioni di moltiplicazione e di divisione;

2. La possibilità di sostituire una successione di moltiplicazioni con una sola moltiplicazione e la possibilità di sostituire una successione di divisioni con una sola divisione;

3. Dai principi precedente segue la regola di moltiplicazione di una frazione per una frazione;

4. La frazione reciproca si ottiene sostituendo una divisione per un numero con la moltiplicazione per questo stesso numero e sostituendo la moltiplicazione per un numero con una divisione per questo stesso numero: nel linguaggio formale, questo vuol dire che l'inverso di una frazione si ottiene facendo del suo numeratore il denominatore e viceversa. Gli inversi sono detti anche reciproci. La conoscenza degli inversi apre alla regola per effettuare la divisione tra frazioni;

5. La divisione è l'inverso della moltiplicazione: la regola della divisione stabilisce di moltiplicare per l'inverso ovvero per la frazione-divisore capovolta;

6. Il confronto di una frazione con un'altra diventa possibile quando si trasforma ciascuna frazione da confrontare in modo tale che ciascuna contenga nella sua successione una divisione per lo stesso numero. Applicando questi operatori frazionari trasformati ma equivalenti allo stato-unità, noi otteniamo in ciascun caso un multiplo dello stesso stato-frazionario e possiamo così confrontare questi stati.

Il terreno è ora pronto per lo studio delle addizioni e delle sottrazioni tra frazioni.

Quando abbiamo bisogno di riunire degli insiemi, ognuno dei quali rappresenta uno stato frazionario di uno stato unità scelto a piacere, diciamo che facciamo una operazione di addizione.

ADDIZIONARE FRAZIONI

Prendiamo, per esempio, come stato-unità il seguente insieme X di 12 elementi: OOOOOO
OOOOOO

A partire da questo stato, prendiamo due insiemi: A = OOO
OOO e B = OO
OO

Diremo allora che A *U* B = OOOOO
OOOOO dove l'insieme A rappresenta 1/2 di X e l'insieme B 1/3 di X.

Pertanto: A *U* B rappresenta i 10/12 = 5/6 dell'insieme X e possiamo scrivere che: 1/2 + 1/3 = 5/6

$$1/2 + 1/3 = \frac{(12:2x1) + (12:3x1)}{12} = \frac{6+4}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Si comprende allora quanto sia importante determinare ogni volta uno stato iniziale comodo da cui partire per effettuare confronti e ridurre poi questi confronti in forma di frazioni da sommare. La stessa procedura può essere poi replicata anche quando vengono addizionati numeri interi con frazioni, riconducendo tutto a uno stato-unità di partenza, assunto come *denominatore comune*.

Analoga procedura può essere adoperata anche per eseguire delle sottrazioni fra due o più frazioni.

SOTTRARRE FRAZIONI

Prendiamo, per esempio, come stato-unità il seguente insieme Y di 18 elementi:

OOOOOO
OOOOOO
OOOOOO

A partire da questo stato prendiamo due insiemi: A = OOOOOO e B = OO
OOOOOO OO

Diremo allora che l'insieme A rappresenta i 2/3 e l'insieme B rappresenta i 2/9

Se dall'insieme A togliamo un sotto-insieme nel quale vi sono tanti elementi quanti ve ne sono in B avremo un insieme C = OOOO che rappresenta lo stato 4/9
OOOO

$$\text{Dunque: } 2/3 - 2/9 = \frac{(9 : 3 \times 2) - (9 : 9 \times 2)}{9} = \frac{6 - 2}{9} = 4/9$$

Quando si hanno addizioni e sottrazioni di frazioni con lo stesso denominatore, partendo da uno stesso stato-unità, è facile vedere come tutto viene ricondotto e governato da un denominatore comune. Pertanto, per ambedue le operazioni, si perviene facilmente alle seguenti formule:

$$\mathbf{(1)} \quad \frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A + C}{B} \qquad\qquad \mathbf{(2)} \quad \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A - C}{B}$$

Se invece i denominatori non sono uguali, allora si procede *complicando* le frazioni che si devono addizionare o sottrarre, fino a trasformarle in frazioni equivalenti aventi lo stesso denominatore:

Per esempio: 1/4 + 2/3

1/4 2/8 **3/12** 4/16 5/20 **6/24** 7/28 8/32 **9/36** **...............................**

2/3 4/6 6/9 **8/12** 10/15 12/18 14/21 **16/24** 18/27**…. 24/36 …......**

Proseguendo nelle due successioni e confrontandole fra di loro si possono trovare infinite coppie di frazioni della prima e della seconda successione che hanno lo stesso denominatore. È buona regola prendere la coppia di frazioni che nelle due successioni hanno per denominatore il più piccolo tra i denominatori comuni: nell'esempio riportato qui sopra sono 3/12 e 8/12. 12 è quello che viene denominato *minimo comune multiplo*.

$$\text{Quindi tutto si trasforma in: } \quad 3/12 + 8/12 = \frac{(12{:}12\text{x}3) + (12{:}12\ \text{x}8)}{12} = \frac{3 + 8}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\text{Pertanto: } \quad 1/4 + 2/3 = \frac{(12{:}4\text{x}1) + (12{:}3\text{x}2)}{12} = \frac{3 + 8}{12} = \frac{11}{12}$$

Lo stesso procedimento è valido anche nel caso della sottrazione.

IL RITO DEI BENI DOTALI

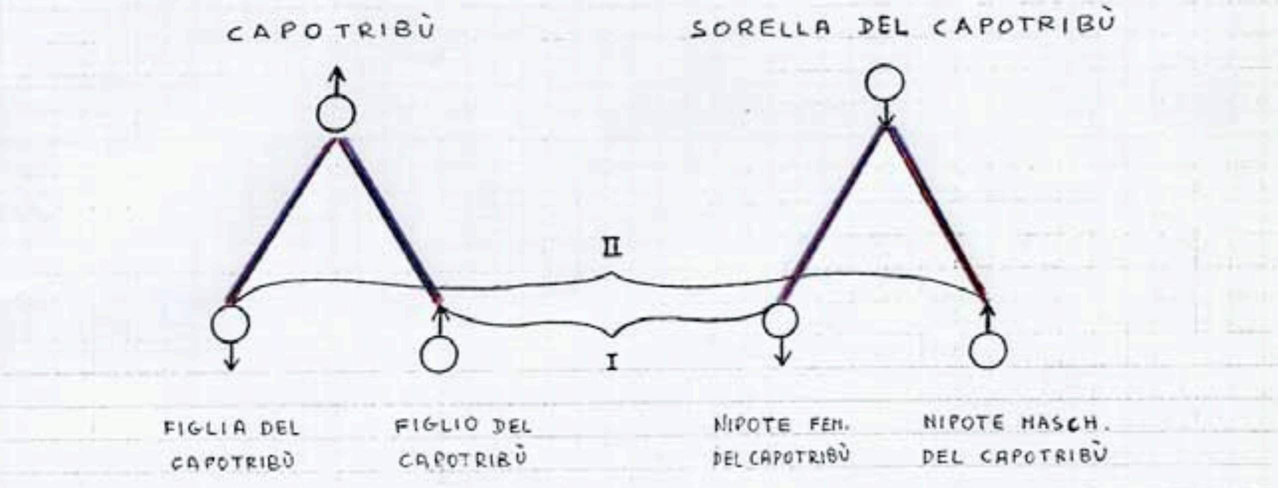


FIG. 1 : SCHEMA DEL MATRIMONIO LEGITTIMO I E ILLEGITTIMO II .

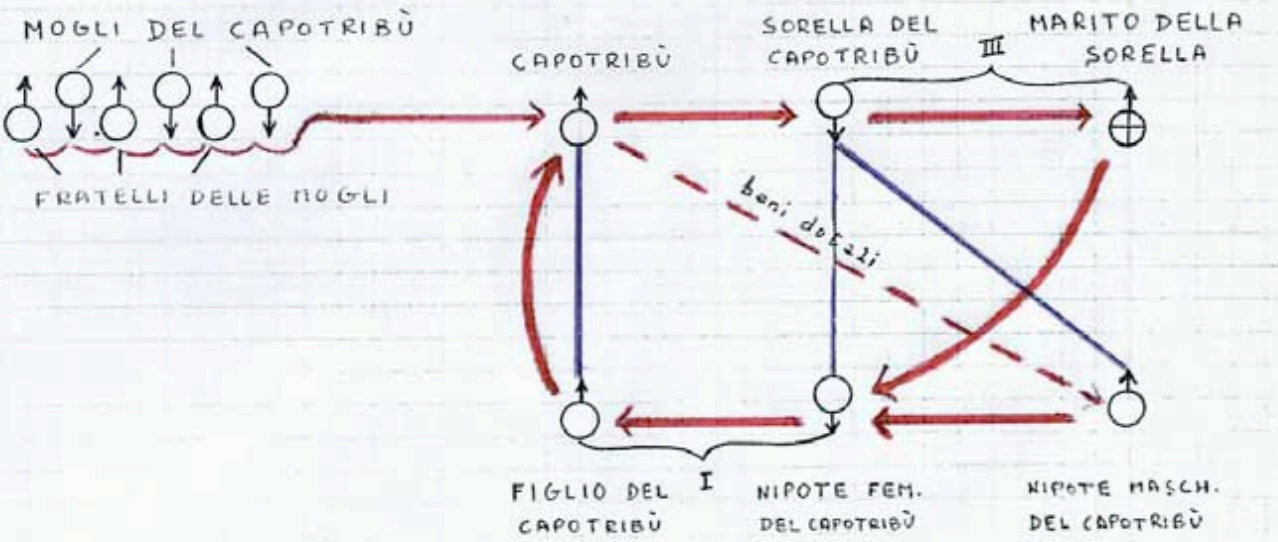
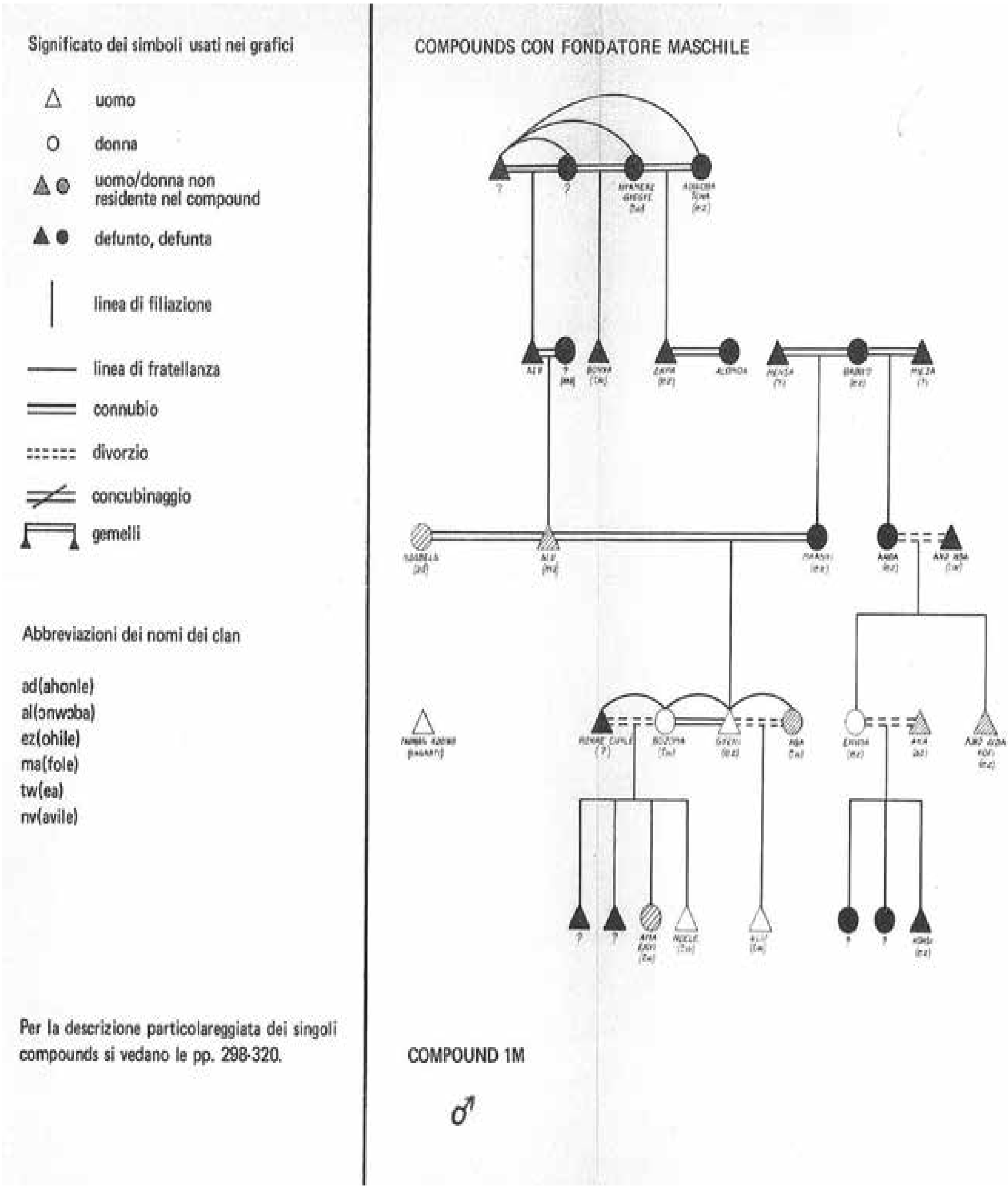


FIG. 2 : SCHEMA DEI VANTAGGI GODUTI DAL CAPOTRIBÙ.
GRAZIE AL MATRIMONIO INCROCIATO CUGINO ~ CUGINA (I) :
ESSO GLI RIPORTA INDIETRO I BENI DOTALI CHE
EGLI HA OFFERTO A SUO COGNATO (III) E GLI
PERMETTE COSÌ UN ACCUMULO DI RICCHEZZE .

N.B.- Le LINEE O FRECCE IN ROSSO INDICANO IL FLUSSO DEI BENI DOTALI .

MODELLO DI ALBERO GENEALOGICO: POPOLO AFRICANO DEGLI NZEMA

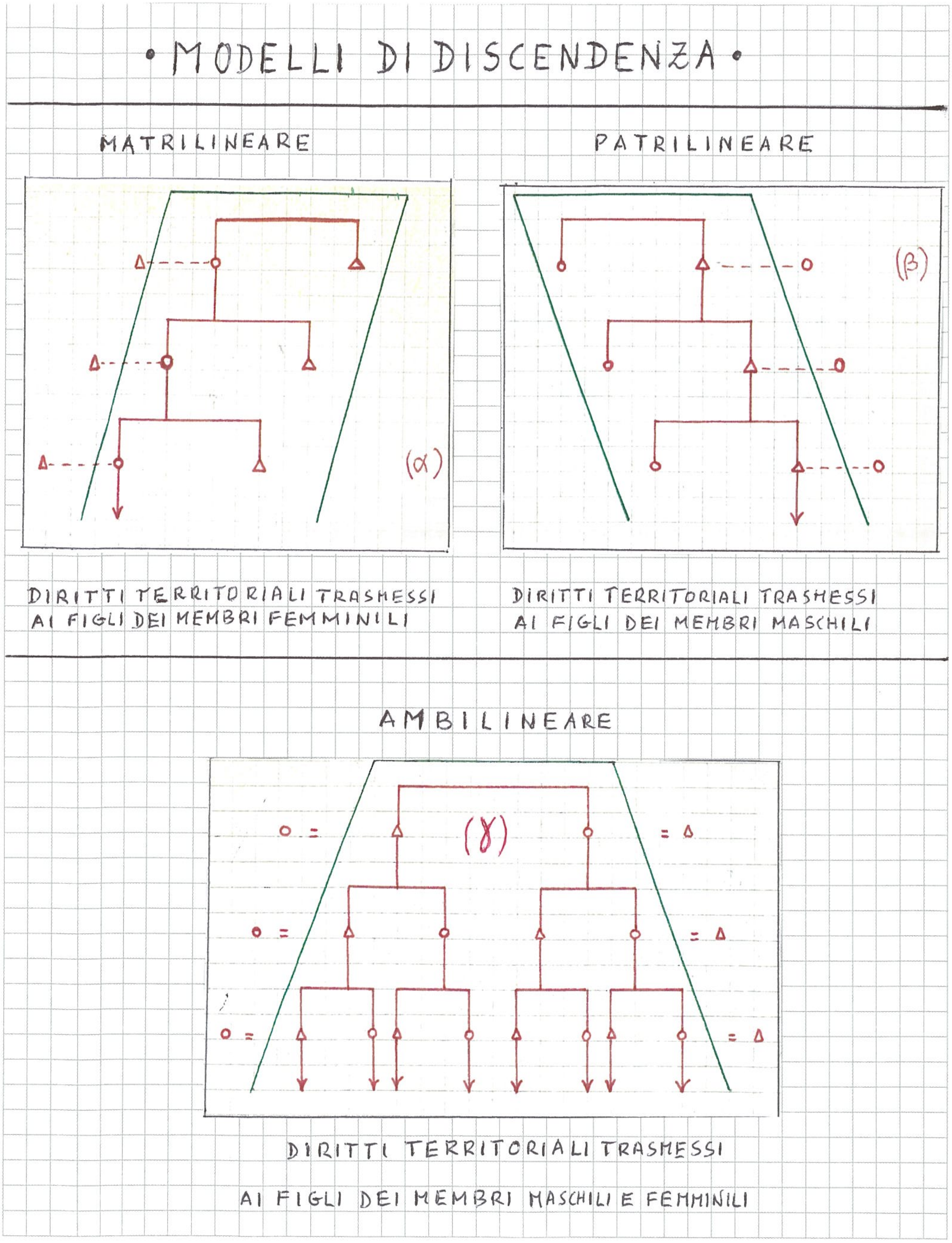
Tipologie per unità residenziali



(Immagine tratta da V. Grottanelli (a cura di), *Gli Nzema: Una società guineana*, Torino, Boringhieri, 1977).

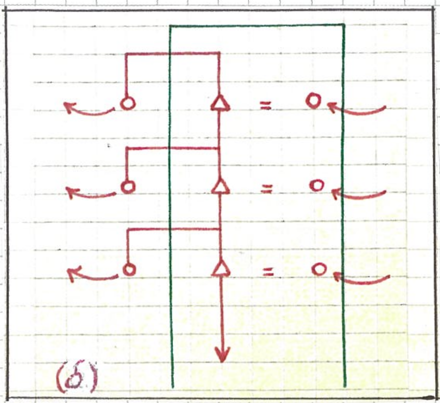
CAPITOLO 3

I GRAFI DELLA PARENTELA MATRIMONIALE



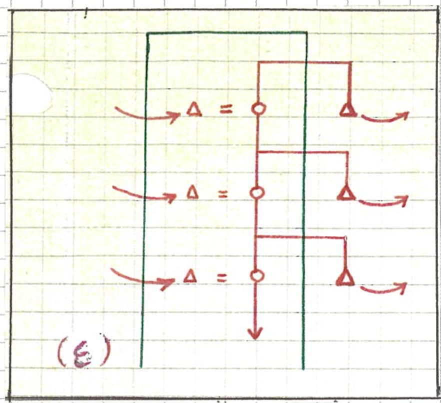
• MODELLI DI RESIDENZA •

PATRILOCALE



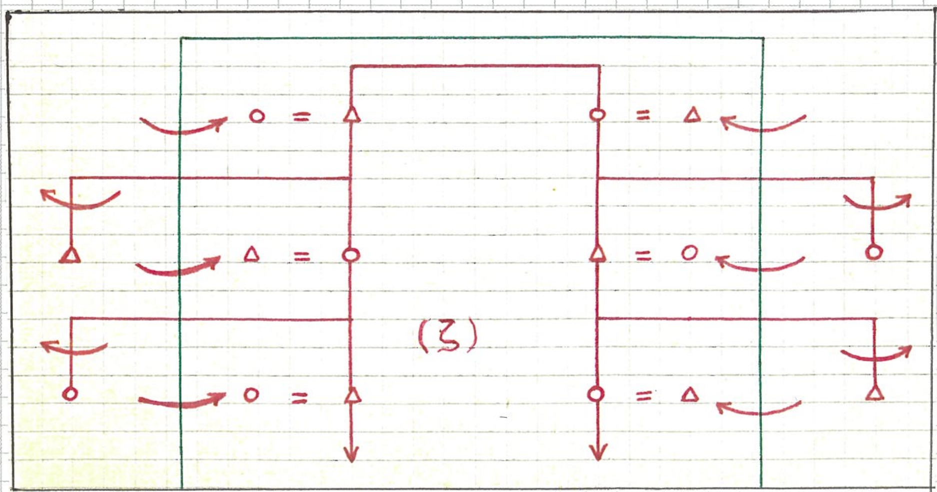
SORELLE ESPORTATE
MOGLI IMPORTATE

MATRILOCALE



FRATELLI ESPORTATI
MARITI IMPORTATI

AMBILOCALE

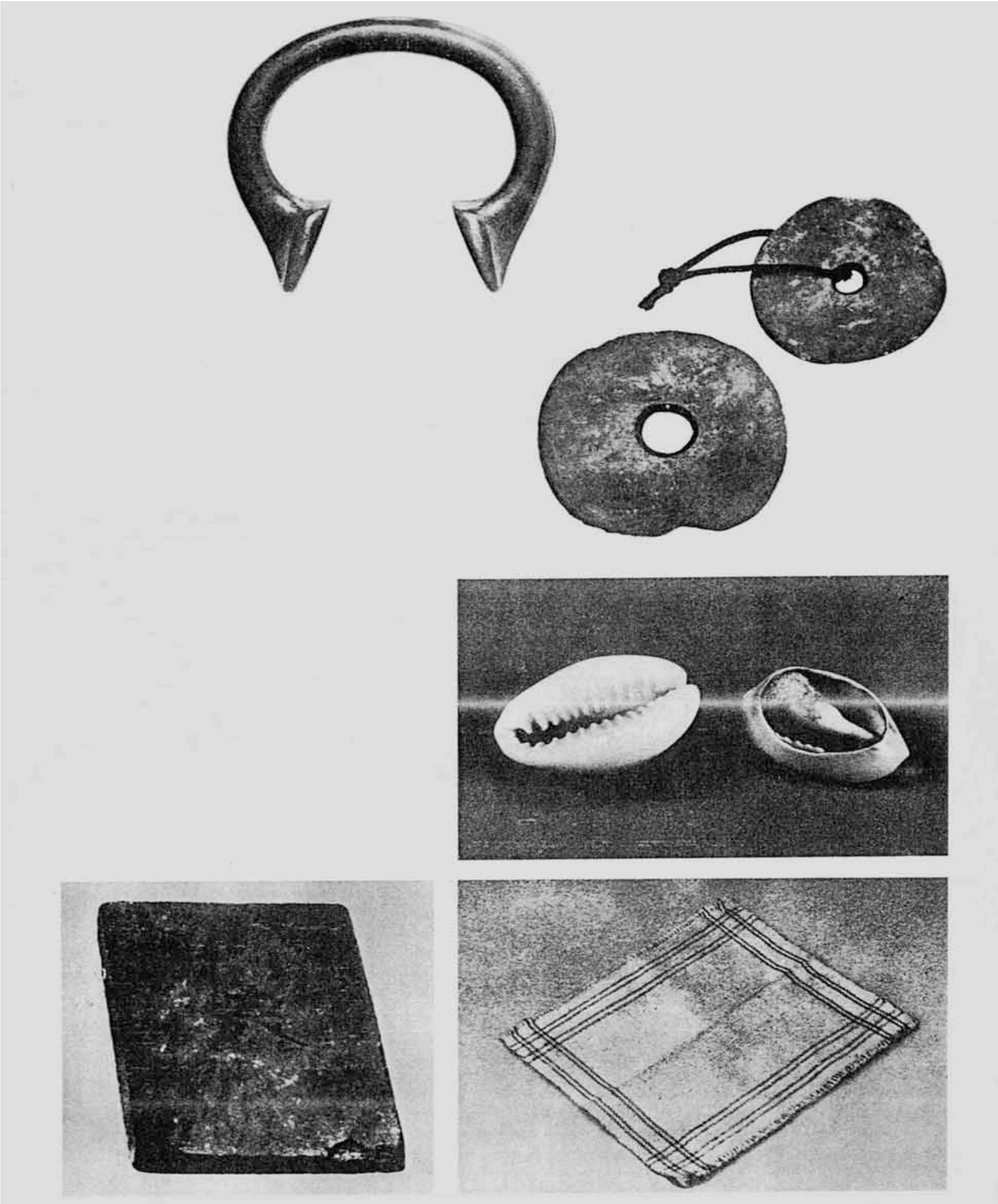


FIGLIE RESTANO E IMPORTANO MARITI
FIGLI RESTANO E IMPORTANO MOGLI

CAPITOLO 3

TIPOLOGIE DI MONETE TRADIZIONALI

1. Moneta di rame a forma di anello: usata nella costa occidentale africana.
2. Pietre di rame forate di peso unitario.
3. Conchiglie di Ciprea moneta o Cauri, usate da molti popoli dell'Asia e dell'Africa fino al XIX secolo come moneta: il segno ideografico, che indica in cinese il denaro, deriva da questa conchiglia-moneta.
4. Tavoletta di the compresso: usata come moneta fino al XIX secolo in talune parti della Cina, del Tibet e della Siberia.
5. Banconota indonesiana in tessuto.



CAPITOLO 4

CENSIMENTO DEI BENI FAMILIARI DOMESTICI

CENSIMENTO DEI BENI FAMILIARI DOMESTICI

- PIANO SEMINTERRATO

BOX :
6 biciclette, 2 scaffalature, 15 giocattoli

CUCINA :
1 frigorifero, 4 pensili, 1 vetrina, 1 lavastoviglie, 1 tavolo estraibile, 1 tavolo, 1 congelatore, 1 espresso bar, 1 bistecchiera, 1 macchina gas, 1 porta pane, 1 porta bicchieri plastica, 1 orologio, 2 calendari, 1 quadretto, 16 strofinacci, 9 grembiuli, 1 tovaglia, 25 forchette, 25 coltelli, 25 cucchiai, 25 cucchiaini, 2 tende, 26 mestoli vari, 1 plafoniera, 9 tazze, 2 bricchi, 3 vasetti zucchero, 3 vasetti sale, 1 bricco the, 1 spremi agrumi, 16 pentole, 1 friggitrice, frullatore, Bravo Simac.

SALA RUSTICA :
1 telefono, 2 servizi tazzine da 6, 1 porta PC , 1 porta TV, 3 sedie, 4 panche, 1 tavolo, 1 credenza, 2 divani, 13 quadri, 1 tappeto, 1 camino, 22 libri, 4 plafoniere, 1 lampada piantana, 34 soprammobili, 2 portafrutta, 1 videoregistratore, 34 videocassette, 1 lavatrice, 1 PC, 1 TV, 5 centrini, 4 posacenere, 2 tende, 1 pianta sintetica, 1 macchina per cucire, 1 carrello portavivande, 2 servizi piatti per 12, 32 bicchieri, 1 telecamera, 1 kit attizzatoi, 1 parafiamma, 2 servizi posate per 12, 11 cuscini, 8 coppe, 2 plaid, 9 tovaglie, 1 porta panni.

BAGNO :
1 pensile porta medicine, 1 sgabello lustrascarpe, 1 portaoggetti, 1 porta asciugamano, 1 tenda, 1 specchio, 1 cassetta per lettiera, 1 scopa, 1 paletta, 1 straccio, 1 secchio.

CANTINA :
2 credenze, 36 bambole, 15 bocce per acqua, 1 botte in resina, 5 lampadine, 1 plafoniera, 1 camper (gioco), 5 giochi da tavolo, 2 ventilatori, 2 stufe, 1 mensola, 1 scaffalatura, 1 Vaporone, 2 aspirapolvere, 1 tenda, 4 pendili, 2 contenitori ferramenta, 2 ferri da stiro, 2 tavole da stiro, 1 tavolo da ping pong, 1 biliardino.

- PIANO RIALZATO

LOGGETTA:
22 piante, 1 tavolo, 1 sedia, 2 tappetini, 1 plafoniera.

SALONE :
4 posacenere, 15 tovaglie, 26 centrini, 5 vasi, 1 segreteria telefonica, 16 soprammobili, 3 tavoli, 9 sedie, 1 colonnina marmo, 1 divano, 3 poltrone, 1 poltrona letto, 1 credenza, 1 stereo, 1 studio, 1 PC, 4 tende, 2 librerie, 1 portaombrelli, 2 plafoniere, 1 lampadario, 48 libri, 16 musicassette, 9 CD, 4 tappeti, 5 maschere da muro, 1 foto camera, 1 telefono, 1 citofono, 18 quadri, 1 vaschetta con pesci rossi.

GIARDINO e BALCONE :
1 tavolo, 6 sedie, 1 dondolo, 1 amaca, 1 scaffalatura, 1 stuoino, 1 gabbia con taccola, 1 gabbia, 1 scopa, 1 paletta, 1 secchio, 2 lampade, 1 plafoniera, 3 alberi, 12 piante con vaso, 7 piante interrate.

- PIANO PRIMO :

CAMERA LETTO GENITORI :
1 letto, 1 comò, 15 cappotti e/o giacche, 29 magliette, 26 maglioni, 18 pantaloni, 13 gonne, 18 calzini, 12 calze, 29mutande, 22 canottiere invernali, 16 canottiere estive, 7 reggiseni, 2 tappeti, 1 armadio tre ante scorrevoli e 5 specchi, 23 pigiami, 22 borse, 5 profumi, 2 comodini, 2 orologi, 1 specchio, 2 tende, 6 portagioie, 7 soprammobili, 1 gruccia (uomo morto), 1 TV, 38 lenzuoli, 1 lampadario, 2 faretti, 1 quadro; BALCONE: 2 stendibiancheria, 58 mollette, 1 tappetino, 3 piante, 1 plafoniera.

CAMERA ROBERTO :

2 letti a scomparsa, 1 videoregistratore, 1 TV, 1 stereo, 2 tende, 36 bottiglie birra (vuote), 4 peluche, 109 CD, 163 libri, 62 videocassette, 1 amplificatore, 4 chitarre, 1 foto camera, 2 vetrine, 84 audiocassette, 1 carrello, 13 mutande, 9 calzini, 11 canottiere, 23 pantaloni, 12 felpe, 12 magliette, 4 giacconi, 3 poster, 3 quadri, 1 plafoniera, 4 mensole, 16 soprammobili, 1 sedia, 2 faretti, 1 porta audiocassette; BALCONE : 3 uccelli,1 gabbia, 5 vasi, 2 tende da sole, 1 cyclette, 1 mobiletto, 1 plafoniera.

CAMERA VANESSA :

1 letto, 1 scrivania, 1 poltroncina, 2 cappotti, 1 macchina fotografica, 1 plafoniera, 1 lampada, 26 trucchi, 16 libri, 2 CD, 13 audiocassette, 1 stereo , 18 soprammobili, 7 porta oggetti, 38 peluche, 2 vetrine, 16 giocattoli, 2 mensole 1 porta CD, 34 lenzuoli, 47 asciugamani, 12 asciugatoi, 9 canottiere, 14 pantaloni, 28 magliette, 12 maglioni, 16 mutande, 12 calzini, 5 reggiseni, 8 pigiami, 1 calendario, 7 poster, 13 borse, 10 foto a parete, 12 riviste, 1 tappeto.

BAGNO :

1 specchio, 1 doccia, 1 bidet, 1 lavabo con sotto lavello, 1 porta asciugamano, 1 porta scarpe, 1 WC, 31 trucchi, 8 creme, 2 asciuga capelli, 2 arriccia capelli, 7 spugne, 1 tenda, 16 fermagli, 2 porta oggetti, 3 spazzole da scarpa, 4 spazzole per capelli, 30 paia di scarpe, 4 tappetini, 5 spazzolini, 4 peluche, 4 accappatoi, 1 plafoniera, 1 sgabello.

SOTTOSCALA:

15 paia di scarpe, 7 cappotti.

DISIMPEGNO :

1 ventilatore con lampada.

- **PIANO SECONDO :**

CAMERA MIRKO :

1 letto, 1 tavolino, 1 sedia, 1 comodino, 1 plafoniera, 2 mensole, 13 soprammobili, 1 radio, 1 posacenere, 15 mutande, 23 calzini, 15 canottiere, 1 lampada, 2 foto da muro, 1 bacheca.

BAGNO INTERNO :

1 specchio, 1 plafoniera, 1 doccia, 1 bidet, 1 lavabo, 1 lavatrice, 1 tappetino, 2 accappatoi, 1 porta asciugamano, 1 portaoggetti.

DISIMPEGNO :

1 ventilatore con lampada, 1 poster.

CAMERA A DISPOSIZIONE :

2 uccelli, 1 gabbia, 1 comò, 1 armadio, 1 libreria, 1 specchio, 2 comodini, 65 libri, 21 maglioni, 12 giacche, 8 giacconi, 22 pantaloni, 25 costumi da mare, 21 vestiti da mare, 15 sciarpe, 15 cappelli, 16 paia di guanti, 15 coperte, 12 vestiti, 21 audiocassette, 12 soprammobili, 3 poster, 1 plafoniera.

TERRAZZO :

1 gazebo, 12 piante, 1 pompa, 3 plafoniere.

Redatto a cura di Vanessa Fontanella

CAPITOLO 4

IL BILANCIO DI UN PUB E ANGOLO BAR

PUB E ANGOLO BAR

- ANGOLO BAR- (prezzi in Euro)

OGNI MESE:

Quantità	Oggetto	Stima prezzo Cad.	Prezzo tot.
150	bustine di caffè	5.00	750,00
200	bottiglie d'acqua da 1L 1/2	0.15	30,00
50	birre di ogni marca	2.50	125,00
50	succhi di frutta	0.10	5,00
800	zucchero	0.50	400,00
30	panini	1.80	54,00
30	cornetti	1.00	30,00
20	ciambelle	1.20	24,00
100	merendine	1.00	100,00
100	dolci vari	1.50	150,00
TOT.			**1.668,00**

COMPRATI UNA SOLA VOLTA:

Quantità	Oggetto	Stima prezzo Cad.	Prezzo tot.
2	macchina da caffè	1.000,00	2.000,00
300	tazzine da caffè	0,36	108,00
300	cucchiai da caffè	0,36	108,00
300	piattini da caffè	1,00	300,00
1	lavastoviglie	800,00	800,00
1	secchio	3,00	3,00
1	frigorifero	2.000,00	2.000,00
2	lavandini	100,00	200,00
TOT.			**5.519,00**

- PUB - (prezzi in Euro)

COMPRATI UNA SOLA VOLTA:

Quantità	Oggetto	Stima prezzo Cad.	Prezzo tot.
70	Tavolini	15,00	1.050,00
280	sedie	10,00	2.800,00
20	piante ornamentali	5,00	100,00
1	schermo grande	1.000,00	1.000,00
TOT.			**4.950,00**

- CUCINA - (prezzi in Euro)

OGNI MESE:

Quantità	Oggetto	Stima prezzo Cad.	Prezzo tot.
80	rotoli di scottex	0,40	32,00
TOT.			**32,00**

COMPRATI UNA SOLA VOLTA:

Quantità	Oggetto	Stima prezzo Cad.	Prezzo tot.
250	coltelli da frutta	0,35	87,50
250	coltelli da carne	0,41	102,50
250	coltelli da pesce	0,41	102,50
500	forchette	0,41	205,00
250	forchette da pesce	0,41	102,50
250	forchette da dolce	0,35	87,50
250	cucchiai	0,41	102,50
250	cucchiaini	0,30	75,00
4	mestoli	0,41	1,64
1	frullatore	50,00	50,00
1	affettatrice	205,00	205,00
2	frigoriferi	700,00	1.400,00

3	griglie per piano cottura	260,00	780,00
1	attrezzi vari	200,00	200,00
2	lavelli	129,00	258,00
5	padelle	10,00	50,00
1	congelatore	1.000,00	1.000,00
10	pentole varie	15,00	150,00
700	piatti	1,00	400,00
800	bicchieri	1,00	800,00
20	scodelle	0,20	4,00
80	tovaglie	2,50	200,00
TOT.			**7.063,64**

- BAGNI - (Prezzi in Euro)

OGNI MESE:

Quantità	Oggetto	Stima prezzo Cad.	Prezzo tot.
2	saponette	0,15	0,30
40	riserva saponette	0,15	6,00
4	rotoli di carta igienica	0,40	1,60
60	riserva carta igienica	0,40	24,00
TOT.			**31,90**

COMPRATI UNA SOLA VOLTA:

Quantità	Oggetto	Stima prezzo Cad.	Prezzo tot.
2	asciugamani elettrici	80,00	160,00
2	lavandini	50,00	100,00
4	water	46,00	184,00
4	bidèt	41,00	164,00
2	mobiletti bagno	130,00	260,00
6	secchietti	15,00	90,00
TOT.			**958,00**

- **ADDETTI** - (prezzi in Euro)

OGNI MESE:

Quantità	Oggetto	Stima prezzo Cad.	Prezzo tot.
3	Giardinieri specializzati	300,00	900,00
2	Parcheggiatori	900,00	1.800,00
5	Cuochi	1.200,00	6.000,00
5	Camerieri	1.200,00	6.000,00
3	Baristi	900,00	2.700,00
4	Addette alle pulizie	600,00	2.400,00
TOT.			**19.800,00**

N.B. *LA CLIENTELA POTRÀ USUFRUIRE DEL GRANDE SCHERMO, SOLAMENTE QUATTRO GIORNI ALLA SETTIMANA (LUNEDÌ, MERCOLEDÌ, VENERDÌ E SABATO) DALLE ORE 9:30 ALLE ORE 11:30 LA MATTINA E DALLE ORE 15:30 ALLE 20:30 LA SERA.*

ORARI di apertura e chiusura del locale:

- LUNEDÌ, MERCOLEDÌ, VENERDÌ E SABATO: dalle 8:30 alle 21:30 (con pausa pranzo dalle 12:00 alle 14:00);
- MARTEDÌ, GIOVEDÌ: dalle 9:30 alle 20:30 (con pausa pranzo dalle 12:00 alle 14:00)

ALTRI DATI

USCITE : **Bollette = 1.500 euro ; Manutenzione = 800 euro ; Canone TV = 1.000 euro**

Pubblicità = 1.500 euro ; Nettezza urbana = 1.500 euro ; Riserve = 60 euro

Alimenti = 2.000 euro ; Sicurezza = 300 euro ; Mutuo = 29.000 euro

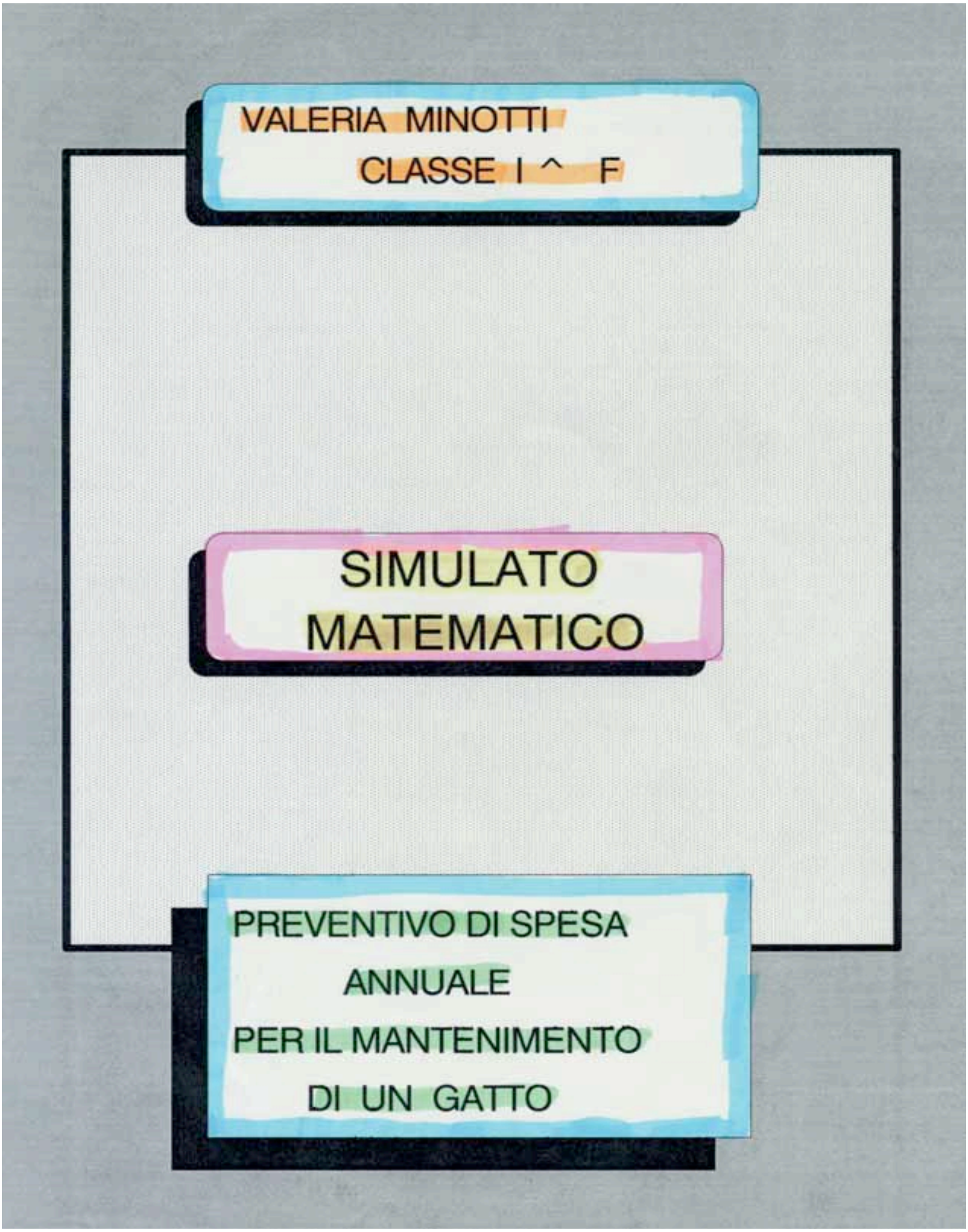
ENTRATE : **Spese dei clienti = 30.000 euro / mese ; 360.000 euro / anno**

PROGETTO A CURA DI ALESSANDRA CASCIOTTI – 13 ANNI

ISTITUTO COMPRENSIVO "FONTANILE ANAGNINO" – ROMA

ANNO SCOLASTICO 2002-2003

PROGETTO DI MANTENIMENTO DI UN GATTO


VALERIA MINOTTI
CLASSE I ^ F

SIMULATO MATEMATICO

PREVENTIVO DI SPESA ANNUALE PER IL MANTENIMENTO DI UN GATTO

PREVENTIVO DI SPESA ANNUALE PER IL MANTENIMENTO DI UN GATTO

SPESE FISSE L. 111.000

MATERIALE	QUANTITA'	COSTO IN L.
CUCCIA	1	40.000
LETTIERA	1	30.000
GABBIA X TRASPORTO	1	30.000
CIOTOLA	1	2.000
SPAZZOLA	1	5.000
COLLARINO	1	4.000

SPESE PERIODICHE L. 194.000

MATERIALE	VOLTE ALL'ANNO	COSTO TOTALE
VETERINARIO	3 VISITE	90.000
VACCINAZIONI	3	90.000
COLLARE ANTIPULCE	1	14.000

OPERAZIONI SPESE PERIODICHE

1) VETERINARIO

1° DATO → COSTO UNITARIO (L. 30.000 A VISITA)
2° DATO → QUANTITA' TOTALE (3 VISITE)
INCOGNITA → VALORE TOTALE ?

* 30.000
* 30.000
* 30.000

90.000

2) VACCINAZIONI

1° DATO → COSTO UNITARIO (L. 30.000 L'UNA)
2° DATO → QUANTITA' TOTALE (3)
INCOGNITA → VALORE TOTALE ?

* 30.000
* 30.000
* 30.000

90.000

3) COLLARE ANTIPULCI

1° DATO → COSTO UNITARIO (L. 7.000 L'UNO)
2° DATO → QUANTITA' TOTALE (2)
INCOGNITA → VALORE TOTALE ?

* 7.000
* 7.000

14.000

SPESE VARIABILI L. 481.500

A) IGIENE L. 470.000

MATERIALE	QUANTITA' ALL'ANNO	COSTO TOTALE
SABBIA	52 SACCHI	410.000
ANTIPARASSITARIO	4 CONFEZIONI	28.000
PULIZIA OCCHI E ORECCHIE	4 CONFEZIONI	32.000

OPERAZIONI IGIENE

1) SABBIA

1° DATO → COSTO UNITARIO (L. 8.000 A SACCO)
2° DATO → QUANTITA' TOTALE (52 SACCHI)
INCOGNITA → VALORE TOTALE ?

* 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000
* 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000
* 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000
* 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000
* 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000
* 8.000 * 8.000

L. 410.000

2) ANTIPARASSITARIO

1° DATO → COSTO UNITARIO (L. 7.000 A CONFEZIONE)
2° DATO → QUANTITA' TOTALE (4 CONFEZIONI)
INCOGNITA → VALORE TOTALE ?

* 7.000 * 7.000 * 7.000 * 7.000

L. 28.000

3) PULIZIA OCCHI E ORECCHIE

1° DATO → COSTO UNITARIO (L. 8.000 A CONFEZIONE)
2° DATO → QUANTITA' TOTALE (4 CONFEZIONI)
INCOGNITA → VALORE TOTALE ?

* 8.000 * 8.000 * 8.000 * 8.000

L. 32.000

CAPITOLO 4

PERT ECONOMICO-ARITMETICO

di Federico Caretta 13 anni

ISTITUTO COMPRENSIVO “FONTANILE ANAGNINO” – ROMA

ANNO SCOLASTICO 2011-2012

CAPITOLO 5

IL PROGETTO BOMBELLI

Alla fine di questo lungo e interminabile percorso arriva il momento in cui diventa possibile cimentarsi con uno dei *repertori algebrici* più illuminati e illuminanti: parliamo qui dell' *"Algebra"* di Raffaele Bombelli da Bologna [1]. È l'occasione, per gli studenti più grandi, per passare dalla fase della ricerca, della sperimentazione e della pratica fondata sulla prova e l'errore, alla fase della conoscenza e della conquista di nuovi stratagemmi operativi, capaci di sollevare ancora più in alto il livello di astrazione, provando la gioia di utilizzare questi dispositivi per scoprire i risultati di certe combinazioni o di certe ripartizioni aritmetiche.

Dopo avere illustrato nei primi due Libri della sua opera il *patrimonio algebrico-sintattico* fino ad allora elaborato e averlo arricchito di nuovi linguaggi e definizioni, di nuovi simbolismi e notazioni, di nuovi procedimenti di calcolo, nel Libro Terzo il Bombelli avvia una indagine tecnicamente approfondita intorno a una serie, diversamente articolata, di problemi e finalizzata alla scoperta di numeri incogniti o di parti di numeri o di numeri in proporzione fra loro: il tutto accompagnato da dimostrazioni, regole e applicazioni.

Nella prima stesura della sua opera, lo studioso si occupa di problemi enunciati, come lui stesso li definisce, *"sotto velame di attioni o negotij humani"*, cioè di *"vendite, compere, restituzioni, permute, interessi, defalcazioni, leghe di monete e di metalli, pesi, compagnie con perdite o con guadagni, giochi e simili altre infinite azioni e operazioni umane"* – il che la dice lunga, ancora una volta, sulla importanza e sulla influenza dell'economia e delle pratiche commerciali nella formazione dei grandi matematici e, in questo caso, per l'elaborazione di un vero e proprio pensiero algebrico. Successivamente, egli procede verso una trattazione esclusivamente astratta dei problemi stessi e, dopo averne trovato per via analitica la soluzione, fornisce una *regola generale che prescinde da ogni valore numerico.*

Il trattamento delle equazioni necessarie per portare a soluzione i diversi problemi avviene con modalità del tutto innovative, soprattutto dopo che il nostro è venuto a conoscenza della monumentale opera del matematico greco Diofanto, vissuto ad Alessandria d'Egitto fra il III e il IV secolo d.C. e considerato a buona ragione il *padre dell'algebra*. La sua *"Arithmetica"*, in 13 Volumi (di cui soltanto 6 a noi pervenuti) è un sistematico trattato sulle diverse tipologie di equazioni. Sono *sistemi di equazioni di primo grado a n incognite*, che ammettono:

a) una sola soluzione: per esempio: $\left[\begin{array}{l} x + y = 9 \\ x - y = 5 \end{array}\right]$ x = 7 e y = 2

b) nessuna soluzione: per esempio: $\left[\begin{array}{l} x + y = 9 \\ 2x + 2y = 15 \end{array}\right]$ impossibile

c) infinite soluzioni: per esempio: $\left[\begin{array}{l} x + y = 9 \\ 2x + 2y = 18 \end{array}\right]$ per es. x = 5 e y = 4
per es. x = 6 e y = 3 … e così via.

---

[1] Vissuto dal 1526 al 1572, la sua opera: *L'Algebra, parte maggiore dell'aritmetica*, è stata pubblicata in edizione integrale dall'Editore Feltrinelli nel 1966, curata da U. Forti ed E. Bortolotti. Il testo completo di questo monumento matematico, pubblicato intorno alla metà del XVI secolo si può scaricare anche da Internet, presentato da Valeria Fulvi nella sua Tesi di Laurea: *"L'Algebra di Rafael Bombelli: nuova trascrizione e commento* – Alma Mater Studiorum – Università di Bologna – Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali – Corso di Laurea Magistrale in Matematica – I Sessione 2011-2012.

Una delle sue equazioni più famose rimane quella così formulata: $\mathbf{x^n + y^n = z^n}$, con $\mathbf{n \geq 2}$, dove, quando $\mathbf{n = 2}$, si hanno infinite soluzioni intere, che vanno a costituire le cosiddette terne pitagoriche: nella forma più conosciuta: $\mathbf{3^2 + 4^2 = 5^2}$, come abbiamo visto nel Capitolo 1.

Il matematico Diofanto è rimasto famoso per aver voluto che sulla sua tomba venisse trascritto in forma di epitaffio un problema che, nel descrivere aritmeticamente gli avvenimenti principali della sua vita, poteva essere risolto proprio attraverso una equazione e consentire di determinare esattamente gli anni della sua esistenza. Ci piace qui riprodurlo e riproporlo come un indovinello:

EPITAFFIO DI DIOFANTO

"Questa tomba rinchiude Diofanto e, meraviglia! dice matematicamente quanto ha vissuto.
Un sesto della sua vita fu l'infanzia,
aggiunse un dodicesimo perché le sue guance si coprissero della peluria dell'adolescenza.
Dopo un altro settimo della sua vita prese moglie,
e dopo cinque anni di matrimonio ebbe un figlio.
L'infelice figlio morì improvvisamente
quando raggiunse la metà dell'età che il padre ha vissuto.
Il genitore sopravvissuto fu in lutto per quattro anni
e infine raggiunse il termine della propria vita"

L'equazione corrispondente a questo epitaffio è la seguente: $\mathbf{x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4 = x}$

Lasciamo al lettore il compito e la curiosità di trovare la soluzione.

Dei 272 problemi, che costituiscono il Libro Terzo dell'Algebra di Raffaele Bombelli, 143 sono considerati diofantei, cioè ispirati e compilati sulla conoscenza dell'opera del matematico Diofanto. Dopo averli classificati per tipologie, io ho sottoposto all'attenzione dei miei studenti i primi 50 problemi, guidandoli alla scoperta delle diverse procedure utilizzate dall'autore per arrivare alle soluzioni. Anche se la presentazione dei testi è stata preceduta da una mia traduzione nell'italiano moderno, ho voluto ugualmente leggerne alcuni nella loro forma originale, stuzzicando in questo modo la curiosità degli allievi e alimentando in questo modo anche l'interesse per l'argomento. Qui di seguito viene riportato a titolo d'esempio il Primo problema nella sua stesura originale e con la sua procedura di risoluzione, da me leggermente modificata e tagliata per una migliore comprensione.

Trovisi un numero che gionto con 40 faccia 100.

Ponghisi che il numero il quale si deve giongere a 40 sia x, che gionto con 40 fa x + 40 e doverebbe essere 100; per`o x + 40 sar`a eguale a 100, che levato 40 ciascuna delle parti, si haver`a x eguale a 60. 60 sar`a il numero che gionto con 40 far`a 100.

È nato così il:

PROGETTO BOMBELLI

Dagli indovinelli agli stratagemmi

Tutti i problemi presentati agli alunni sono risultati interessanti, non soltanto per il loro contenuto e per le tipologie di equazioni utilizzate per portarli a soluzione, ma anche e soprattutto per le procedure originali adoperate dal Bombelli per arrivare alla formulazione delle equazioni stesse e al loro trattamento.

Qui ovviamente non possiamo documentare tutti e cinquanta i problemi, ma, attraverso una scelta accurata, proviamo ad illustrarne alcuni prototipi o esemplari, fra quelli magistralmente lavorati e ragionati dal grande maestro, riportati con la loro numerazione in lettere romane.

Primo esemplare: *" Si trovi un numero che / da cui…"*

Problema I – *Si trovi un numero che aggiunto a 40 dia come risultato 100.*

Sia **x** il numero cercato, per cui possiamo scrivere la seguente equazione: $\mathbf{x + 40 = 100}$

Trattando l'equazione come una bilancia in equilibrio, possiamo togliere ad ambo i membri 40:

$\mathbf{x + 40 - 40 = 100 - 40}$ da cui, semplificando: $\mathbf{x = 60}$

Problema IV – *Si trovi un numero che moltiplicato per 8 dia come risultato 32.*

Sia **x** il numero cercato, per cui possiamo scrivere la seguente equazione: $\mathbf{8 \cdot x = 32}$

Trattando l'equazione come una bilancia in equilibrio, possiamo dividere ambo i membri per 8:

$$\frac{\mathbf{8 \cdot x}}{\mathbf{8}} = \frac{\mathbf{32}}{\mathbf{8}}$$ da cui, semplificando: $\mathbf{x = 4}$

Problema V – *Si trovi un numero che diviso per 6 dia come risultato 8.*

Sia **x** il numero cercato, per cui possiamo scrivere la seguente equazione: $\mathbf{x : 6 = 8}$

Trattando l'equazione come una bilancia in equilibrio, possiamo moltiplicare ambo i membri per 6:

$\mathbf{x : 6 \cdot 6 = 8 \cdot 6}$ da cui, semplificando: $\mathbf{x = 48}$

Problema XIV – *Si trovi un numero da cui, sottrattone 90 e 30, dei due numeri restanti il maggiore sia 4 volte il minore.*

Sia **x** il numero cercato, per cui: $\mathbf{(x - 30)}$ sarà il maggiore ; $\mathbf{(x - 90)}$ sarà il minore

per cui possiamo scrivere la seguente equazione: $\mathbf{(x - 30) = 4\ (x - 90)}$ da cui: $\mathbf{x - 30 = 4\ x - 360}$

da cui, usando la *regola del trasporto* : $\mathbf{4x - x = 360 - 30}$ da cui: $\mathbf{3x = 330}$ da cui: $\mathbf{x = 110}$

$\boldsymbol{\alpha} \mathbf{= 110 - 30 = 80}$ $\boldsymbol{\beta} \mathbf{= 110 - 90 = 20}$ da cui: $\mathbf{80 = 4 \cdot 20}$

Verifiche → per gli alunni

A	B	x	α	β	Volte
90	**30**	**110**	**80**	**20**	**4**
170	50	200	150	30	5
40	20	50	30	10	3
69	24	78	54	9	6

Problema L – *Si trovi un numero tale che, moltiplicato per 200 e per 5, i risultati dei due prodotti siano l'uno il quadrato dell'altro.*

Sia **x** il numero cercato, per cui: $\mathbf{200\ x}$ e $\mathbf{5\ x}$ saranno i due prodotti

per cui possiamo scrivere la seguente equazione: $\mathbf{(\ 5\ x\ )^2 = 200\ x}$

da cui: $\mathbf{25\ x^2 = 200\ x}$

dividendo ambo i membri dell'equazione per x si ottiene: $\mathbf{25\ x = 200}$ da cui: $\mathbf{x = 200 : 25 = 8}$

Si vede allora che: $\mathbf{8 \cdot 200 = 1600}$ e $\mathbf{8 \cdot 5 = 40}$ Infatti: $\mathbf{40^2 = 1600}$

Secondo esemplare: *“ Si trovino due numeri tali che…”*

Problema VII – *Si trovino due numeri tali che l’uno sia 2 più dell’altro e tali che la loro somma dia come risultato 20.*

Siano **x** e **x + 2** i numeri cercati, per cui possiamo scrivere l’equazione: $x + (x + 2) = 20$

da cui: $x + x + 2 = 20$ da cui: $2x + 2 = 20$ da cui: $2x = 20 - 2 = 18$ da cui: $x = 18 : 2 = 9$

$$\alpha = 9 \quad \beta = 11$$

Avremo pertanto la seguente **regola**: **(20 – 2) : 2 (A – B) : 2**

(Totale – Differenza) : 2

	A	B	α	β
Verifiche →				
per gli alunni	**20**	**2**	**9**	**11**
	12	4	4	8
	15	5	5	10
	38	6	16	22
	50	14	18	32

Problema X – *Si trovino due numeri tali che il maggiore sia quattro volte il minore e tali che il maggiore sia 21 più del minore.*

Siano **x** e **4x** i numeri cercati, per cui possiamo scrivere l’equazione: $4x = x + 21$

da cui: $4x - x = 21$ da cui: $3x = 21$ da cui: $x = 21 : 3 = 7$

$$\alpha = 7 \quad \beta = 28$$

Avremo pertanto la seguente **regola**: **21 : (4 – 1) (A : B)**

Differenza fra i due numeri : Proporzione diminuita di 1

	A	B	Volte	α	β
Verifiche →					
per gli alunni	**21**	**3**	**4**	**7**	**28**
	15	5	6	3	18
	16	4	5	4	20
	54	6	7	9	63

Terzo esemplare: *“ Si trovino tre numeri tali che…”*

Problema XXVIII – *Si trovino tre numeri tali che la somma del primo con il secondo dia 20, del secondo con il terzo dia 30 e del terzo con il primo dia 40.*

I Dimostrazione → Siano α, β e γ i tre numeri, per cui sarà: $\alpha + \beta = 20$, $\beta + \gamma = 30$, $\gamma + \alpha = 40$

Si ponga ora $\gamma = x$, per cui sostituendo γ con **x** si avrà: $\alpha = 40 - x$ e $\beta = 30 - x$

A questo punto possiamo scrivere l’equazione: $(40 - x) + (30 - x) = 20$

Risolvendo: $40 - x + 30 - x = 20$ e quindi, con la regola del trasporto: $40 + 30 - 20 = 2x$

da cui: $2x = 50$ per cui: $x = 25$ quindi: $\alpha = 15 \quad \beta = 5 \quad \gamma = 25$

II Dimostrazione → Siano α, β e γ i tre numeri e si ponga: $\boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma = x}$ (1)

Se $\boldsymbol{\alpha + \beta = 20}$ ∴ sostituendo nella (1) $\boldsymbol{\gamma = x - 20}$ (2)

$\boldsymbol{\beta + \gamma = 30}$ ∴ sostituendo nella (1) $\boldsymbol{\alpha = x - 30}$ (3)

$\boldsymbol{\gamma + \alpha = 40}$ ∴ sostituendo nella (1) $\boldsymbol{\beta = x - 40}$ (4)

Quindi possiamo scrivere l'equazione: $\boldsymbol{(x - 20) + (x - 30) + (x - 40) = x}$

Togliendo le parentesi e risolvendo: $\boldsymbol{3x - 90 = x}$, da cui: $\boldsymbol{2x = 90}$, da cui: $\boldsymbol{x = 45}$

Sostituendo il valore di **x** nelle (2), (3), (4) si avrà di nuovo: $\boldsymbol{\alpha = 15}$ $\boldsymbol{\beta = 5}$ $\boldsymbol{\gamma = 25}$

Regola → *Si addizionino le tre somme date e si divida il risultato per il numero dei numeri meno uno: dal quoziente si ricavino poi i tre numeri per differenza.*

$$\frac{20 + 30 + 40}{3 - 1} = 45$$

Da cui: **45 – 20 = 25** ; **45 – 30 = 15** ; **45 – 40 = 5** come volevasi dimostrare!

Verifiche →
per gli alunni

Δ a	Δ b	Δ c	x	α	β	γ
20	**30**	**40**	**45**	**15**	**5**	**25**
15	30	35	40	10	5	25
50	30	20	50	20	30	0
70	40	50	80	40	30	10
50	40	60	75	35	15	25

<u>Problema XXXVI</u> – *Si faccia di 200 tre parti tali che la prima più la seconda siano tre volte la terza e la seconda e la terza siano quattro volte la prima.*

Dimostrazione → Sia: **200 = a + b + c** e siano quindi: **a + b = 3 c** e **b + c = 4 a**

Si ponga ora la terza parte **c = x** ; sarà quindi: **a + b = 3 c = 3 x**

Possiamo scrivere l'equazione: **a + b + c = 3 x + x = 200** da cui: **4 x = 200** da cui: **x = 50 = c**

Allora: **a + b = 3 c = 150** quindi: **b = 150 – a**

Siccome: **b + c = 4 a** sostituendo, avremo: **150 – a + 50 = 4 a**

Usando la regola del trasporto avremo: **150 + 50 = 4 a + a** e quindi: **200 = 5 a** da cui: **a = 40**

Siccome **b = 150 – a** avremo: **b = 150 – 40 = 110**

In conclusione: **a = 40** **b = 110** **c = 50** e **40 + 110 + 50 = 200**

Si vede che: **a + b = 40 + 110 = 3 c = 3 · 50 = 150** e che : **b + c = 110 + 50 = 4 a = 4 · 40 = 160**

Ma dopo aver trovato: **c = 50** , si può procedere anche ponendo: **a = x**

Ma abbiamo visto che: **200 = a + b + c** e che: **b + c = 4 a** sostituendo: **200 = a + 4 a = 5 a**

Ma **a = x** da cui: **200 = 5 x** da cui: **x = 200 : 5 = 40**

e così via…

Quarto esemplare: ***" Si faccia di un numero due parti tali che…"***

Problema II – *Si faccia di 80 due parti tali che l'una sia 20 più dell'altra.*

Sia **x** una delle due parti, per cui l'altra sarà **x + 20**

Possiamo quindi scrivere l'equazione: **x + (x + 20) = 80**

da cui: **2x + 20 = 80** da cui: **2x + 20 – 20 = 80 – 20** da cui: **2x = 60** e quindi: **x = 30**

Se **α** e **β** sono le due parti, avremo: **α + β = 80** e quindi: **α = 30 β = 50**

Avremo quindi la seguente **regola: (80 – 20) : 2 (A – B) : 2**

(Totale – Differenza) : 2

	A	B	α	β
Verifiche →	**80**	**20**	**30**	**50**
per gli alunni	70	40	15	55
	90	36	27	63
	60	28	16	44
	48	12	18	30
	36	26	5	31

Problema XLIII – *Si faccia di 12 due parti tali che, aggiungendo ad una parte la quarta parte dell'altra, la somma sia 6.*

Si ponga una parte **a = 4x** (1) ∴ la quarta parte di **a** sarà **x** ∴ **b = 12 – 4x** (2)

Avremo quindi l'equazione: **b + 1/4 a = 6** e sostituendo: (**12 – 4x**) **+ x = 6**

Risolvendo: **12 – 3x = 6** e, con la regola del trasporto: **3x = 12 – 6 = 6** quindi: **x = 6 : 3 = 2**

Per cui, sostituendo il valore di **x** nella (1) e nella (2), avremo: **a = 8** e **b = 4**

Regola → *Quando si deve dividere un numero in due parti tali che una frazione dell'una aggiunta all'altra dia come risultato un certo numero, si proceda così: si tolga 1 dalla frazione e si metta da parte il resto; si tolga poi dal numero che si vuole dividere il certo numero e il resto lo si divida per quello messo da parte; il quoziente lo si moltiplichi poi per la frazione e il prodotto sarà una delle due parti.*

Applicazione della Regola (F = frazione)

	A	B	(A – B)	F	(F – 1)	(C : G)	(H x F)	(A – a)
			C		G	H	a	b
Verifiche →	**12**	**6**	**6**	**4**	**3**	**2**	**8**	**4**
per gli alunni	100	40	60	4	3	20	80	20
	80	20	60	5	4	15	75	5
	50	10	40	6	5	8	48	2
	90	30	60	7	6	10	70	20
	60	15	45	4	3	15	60	0

…………………………………………………………………………………………………

Discendono dallo studio di questi esperimenti alcuni principi che poi, in tutti i testi utilizzati all'interno delle scuole, vengono presentati come *principi di equivalenza*:

Primo Principio di Equivalenza : *Si passa da una equazione a una equazione equivalente quando si aggiunge o si toglie a entrambi i membri uno stesso numero.*

Secondo Principio di Equivalenza : *Si passa da una equazione a una equazione equivalente quando si moltiplicano o si dividono entrambi i membri per uno stesso numero diverso da zero.*

Gli 11 problemi che abbiamo presentato sono solamente una piccola porzione di un progetto decisamente più ampio e ambizioso; un progetto che, nel suo svolgersi, tradisce pur sempre il suo legame profondo con le pratiche commerciali e finanziarie del suo tempo. Ne è una testimonianza ancora più profonda il testo che andiamo a presentare e che rende possibile comprendere fra le sue righe proprio quelle radici.

"Si trovino 4 numeri tali che, se il primo riceve la terza parte di tutti e tre gli altri insieme; se il secondo riceve la quarta parte di tutti e tre gli altri insieme; se il terzo riceve la quinta parte di tutti e tre gli altri insieme e se il quarto riceve la sesta parte di tutti e tre gli altri insieme: date e ricevute queste parti, i 4 numeri diventino uguali."

È un esempio che vuole documentare l'ingegnosità di una catena senza fine, declinata, non soltanto nella forma di scritture, di equazioni e di operazioni, ma anche di meditazioni intelligenti e di geniali teoremi. Questo modello, d'altro canto, dimostra di sapersi innalzare a livelli di complicazione e di complessità che stanno lì a documentare insieme la bellezza di una scienza e di un'arte che sono l'espressione di un vero e proprio modello di *ingegneria matematica!* Avvicinare gli alunni a questi esemplari di formalizzazione può diventare una opportunità non trascurabile per scoprire il gusto di fare matematica nella sua modalità più pura: una esperienza intellettuale vissuta insieme come divertimento e come godimento cognitivo.

CAPITOLO 5

LE RIVISTE MATEMATICHE DEGLI ALUNNI

ISTITUTO COMPRENSIVO “FONTANILE ANAGNINO” – MORENA – ROMA

ANNO SCOLASTICO 2010-2011

LE RIVISTE DEGLI ALUNNI